Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Programa de Pós Graduação em
Matemática Aplicada e Estatística
Exame de Seleção 2016.1
Tópicos em Matemática
23/06/2017

Nome: ____________________

Assinatura: ____________________

1. Durante a prova, o(a) candidato(a) não deve levantar-se, ou realizar qualquer tipo de comunicação com outro candidato. Para ser atendido deverá levantar o braço e esperar.
2. As provas devem ser respondidas a **caneta esferográfica** (azul ou preta).
3. Não é permitido o uso de qualquer outra folha de papel que não seja a prova.
4. O conteúdo das folhas de rascunho não será avaliado.
5. Não é permitido consulta e utilização de qualquer tipo de material ou aparelho eletrônico, ***incluindo o aparelho celular***.
6. Ao terminar a conferência da prova, caso a mesma esteja incompleta ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao responsável que a substitua, não cabendo reclamações posteriores nesse sentido.
7. Cabe única e exclusivamente ao(à) candidato(a) interpretar as questões da prova.
8. O(A) candidato(a) tem uma tolerância de 25 minutos para entrar no recinto de realização da prova.
9. O(A) candidato(a) somente poderá retirar-se do local de realização da prova após 25 minutos de seu início.
10. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes instruções, poderá implicar na anulação da prova do(a) candidato(a).

A ser preenchido pelo examinador.

Questão	1	2	3	4	5	TOTAL
Nota						

Nome:

1. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ a) Sejam X_1, X_2, Y_1 e Y_2 subconjuntos de um conjunto universo U. Suponha $X_1 \cup X_2 = U$, $Y_1 \cap Y_2 = \emptyset$, $X_1 \subseteq Y_1$ e $X_2 \subseteq Y_2$. Mostre que $X_1 = Y_1$ e $X_2 = Y_2$.(*Este item vale 1,5*)

   b) Sejam P_1, P_2, Q_1 e Q_2 propriedades referentes aos elementos de um conjunto universo U. Suponha que todos os elementos de U possuem a propriedade P_1 ou a propriedade P_2 e que nenhum elemento de U possui simultaneamente as propriedades Q_1 e Q_2. Além disso, suponha que $P_1 \Rightarrow Q_1$ e $P_2 \Rightarrow Q_2$. Prove que valem as recíprocas: $Q_1 \Rightarrow P_1$ e $Q_2 \Rightarrow P_2$.(*Este item vale 0,5*)

Resposta Questão 1

Nome:

2. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Prove a desigualdade de Bernoulli: $(1+x)^n \geq 1+nx$, para todo $n \in \mathbb{N}$ e para todo $x \in \mathbb{R}$, com $x \geq -1$. Conclua que para $a > 1$ tem-se $\lim_{n\to\infty} a^n = +\infty$.

Resposta Questão 2

Nome:

3. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Sejam A e B conjuntos enumeráveis. Mostre que $A \cup B$ é enumerável. (*Dica: Para que um conjunto* X *seja enumerável é suficiente que exista uma função sobrejetiva* $f : \mathbb{N} \longrightarrow X$.)

Resposta Questão 3

Nome:

4. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Seja (x_n) uma sequência de números reais tal que $x_n \neq 0$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Mostre que se $\lim\limits_{n \longrightarrow \infty} x_n = +\infty$, então $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} \dfrac{1}{x_n} = 0$.

Resposta Questão 4

5. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Sejam (x_n) e (y_n) sequências de números reais tais que $\lim_{n\longrightarrow\infty} x_n = a$, $\lim_{n\longrightarrow\infty} y_n = b$ e $a < b$. Mostre que existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $x_n < y_n$, para todo $n > n_0$.

Resposta Questão 5

Nome:

RASCUNHO

Nome:

RASCUNHO