Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Programa de Pós Graduação em Matemática Aplicada e Estatística
Exame de Seleção 2018.1
Tópicos em Matemática
20/11/2017

Nome: ______________________________

Assinatura: ______________________________

1. Durante a prova, o(a) candidato(a) não deve levantar-se, ou realizar qualquer tipo de comunicação com outro candidato. Para ser atendido deverá levantar o braço e esperar.
2. As provas devem ser respondidas a **caneta esferográfica** (azul ou preta).
3. Não é permitido o uso de qualquer outra folha de papel que não seja a prova.
4. O conteúdo das folhas de rascunho não será avaliado.
5. Não é permitido consulta e utilização de qualquer tipo de material ou aparelho eletrônico, ***incluindo o aparelho celular***.
6. Ao terminar a conferência da prova, caso a mesma esteja incompleta ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao responsável que a substitua, não cabendo reclamações posteriores nesse sentido.
7. Cabe única e exclusivamente ao(à) candidato(a) interpretar as questões da prova.
8. O(A) candidato(a) tem uma tolerância de 25 minutos para entrar no recinto de realização da prova.
9. O(A) candidato(a) somente poderá retirar-se do local de realização da prova após 25 minutos de seu início.
10. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes instruções, poderá implicar na anulação da prova do(a) candidato(a).

A ser preenchido pelo examinador.

Questão	1	2	3	4	5	TOTAL
Nota						

Nome:

1. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Dados os conjuntos A e B, seja X um conjunto com as seguintes propriedades:

   i) $A \subset X$ e $B \subset X$;

   ii) Se $A \subset Y$ e $B \subset Y$, então $X \subset Y$.

   Prove que $X = A \bigcup B$.

Resposta Questão 1

Nome:

2. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Mostre que $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{+\infty}\left(-\frac{1}{n},\frac{1}{n}\right)=\{0\}$.

Resposta Questão 2

Nome:

3. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Seja $X \subset \mathbb{R}$. Uma função $f : X \to \mathbb{R}$ chama-se limitada superiormente quando o conjunto $f(X) = \{f(x);\ x \in X\}$ é limitado superiormente. Neste caso define-se:

$$\sup f = \sup f(X).$$

Sejam $f, g : X \to \mathbb{R}$ funções limitadas superiormente.

a) Prove que $f + g$ é limitada superiormente.

b) Prove que $\sup(f + g) \leq \sup f + \sup g$.

Resposta Questão 3

Nome:

4. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Sejam (x_n) e (y_n) sequências de números reais tais que $\lim_n x_n = +\infty$ e (y_n) é limitada inferiormente. Mostre que $\lim_n (x_n + y_n) = +\infty$.

Resposta Questão 4

Nome:

5. $\boxed{\text{2 Pontos}}$ Considere $0 < a < 1$.

a) Prove por indução que $(1-a)(1+a+a^2+\cdots+a^n) = 1-a^{n+1}$, para todo $n \in \mathbb{N}$.

b) Mostre que $\lim\limits_{n} a^n = 0$.

c) Conclua que $\lim\limits_{n} x_n = \dfrac{1}{1-a}$, onde $x_n = 1+a+a^2+\cdots+a^n$.

Resposta Questão 5

RASCUNHO