UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS PARA PROVIMENTO DE CARGO DE PROFESSOR DO MAGISTÉRIO SUPERIOR

EDITAL Nº 013/2021-PROGESP

Disciplina/Área

MATEMÁTICA

Leia estas instruções:

1	Informe seu nome nos dois espaços indicados na parte inferior desta capa. Ao finalizar sua prova, as duas partes onde constam seu nome e o código numérico serão destacadas pelo fiscal. Uma parte será entregue a você e a outra será guardada em um envelope que será lacrado no fim da aplicação.
2	Em atendimento ao Art. 18 da Resolução nº 150/2019-CONSEPE, sua prova será identificada unicamente por esse código numérico, gerado por sorteio na ocasião da impressão da prova.
3	Quando o Fiscal autorizar, verifique se o Caderno está completo e sem imperfeições gráficas que impeçam a leitura. Detectado algum problema, comunique-o, imediatamente, ao Fiscal.
4	Este caderno contém **três** questões discursivas, cujas respostas serão avaliadas considerando-se apenas o que estiver escrito no espaço reservado para o texto definitivo, e **20 questões** de múltipla escolha. Para rascunho, utilize as folhas fornecidas pelo fiscal destinadas a esse fim.
5	Escreva de modo legível, pois dúvida gerada por grafia ou rasura implicará redução de pontos.
6	Cada questão de múltipla escolha apresenta quatro opções de resposta, das quais apenas uma é correta.
7	Interpretar as questões faz parte da avaliação, portanto não peça esclarecimentos aos fiscais.
8	Para responder às questões, recomenda-se o uso de caneta esferográfica de tinta preta, fabricada em material transparente.
9	Os rascunhos e as marcações que você fizer neste Caderno não serão considerados para efeito de avaliação.
10	Você dispõe de, no máximo, **quatro horas** para redigir as respostas das questões discursivas **no espaço definitivo** deste caderno, responder às questões de múltipla escolha e preencher a **Folha de Respostas**.
11	O preenchimento da Folha de Respostas é de sua inteira responsabilidade.
12	Antes de se retirar definitivamente da sala, **devolva** ao Fiscal **este Caderno** e a **Folha de Respostas**.

Corte aqui

VIA DO ENVELOPE DE SEGURANÇA

Informe seu nome completo: ____

____

Corte aqui

VIA DO CANDIDATO

Informe seu nome completo: ____

____

COMPROVANTE DO TEMA SORTEADO PARA A PROVA DIDÁTICA
Concurso Público para Professor Efetivo – Edital nº ___/___-PROGESP

ÁREA:____
NOME DO CANDIDATO: ____
TEMA SORTEADO: ____ (_________________________) - Preenchido pelo chefe de sala
CHEFE DE SALA: ____
FISCAL: ____

— EDITAL Nº 013/2021-PROGESP —

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O PROVIMENTO DE CARGO DE PROFESSOR DO MAGISTÉRIO SUPERIOR NA CLASSE ADJUNTO-A, ASSISTENTE-A E AUXILIAR

INSTITUTO METRÓPOLE DIGITAL – UFRN

Área: Matemática

Objetivas

1. Considere as seguintes afirmações:
   I - Para todos os inteiros $n \geq 1$, se X e Y_1, Y_2, $Y_3, \ldots$ são conjuntos arbitrários, então $\bigcup\limits_{i=1}^{n}(X \times Y_i) = X \times (\bigcup\limits_{i=1}^{n} Y_i)$ e $\bigcap\limits_{i=1}^{n}(X \times Y_i) = X \times (\bigcap\limits_{i=1}^{n} Y_i)$;
   II - Para quaisquer conjuntos X, Y e Z, $(X - Y) \cap (X - Z) \cap (Y - Z) = (X \cap Y) \cap (X \cap Y^C)$, em que Y^C denota o complemento de Y;
   III - Para quaisquer conjuntos X e Y, $\mathscr{P}(X \cup Y) = \mathscr{P}(X) \cup \mathscr{P}(Y)$, dado que $\mathscr{P}(S)$ é a notação de conjunto das partes de S.

   Portanto, são **CORRETAS** as afirmações:

   (a) I e II.
   (b) II e III.
   (c) I e III.
   (d) I, II e III.

2. Sejam os conjuntos arbitrários X e Y, assuma que:
   $|X| = |Y|$ significa que existe uma bijeção $f : X \to Y$;
   $|X| < |Y|$ significa que existe uma injeção $f : X \to Y$, mas não existe uma sobrejeção;
   $|X| \leq |Y|$ significa que $|X| < |Y|$ ou $|X| = |Y|$.

   Diante do exposto, considere as seguintes afirmações:

   I - Não há uma bijeção entre o conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$ e o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$.
   II - Dado o conjunto N de todas as funções $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ e o conjunto P de todos os programas de computador, $|P| < |N|$.
   III - Seja $X_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$ e $X_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$, então $|X_1| = |X_2|$.
   IV - $|\mathscr{P}(\mathbb{N})| \leq |\mathbb{R}|$, mas $|\mathbb{R}| \not\leq |\mathscr{P}(\mathbb{N})|$.

   Portanto, são **CORRETAS** as afirmações:

   (a) I e III.
   (b) II e IV.
   (c) I e II e III.

(d) II, III e IV.

3. Com base na teoria de conjuntos e suas aplicações, considere as seguintes afirmações:

   I - Se Y é um conjunto infinito contável arbitrário, X um conjunto incontável arbitrário e $Y \subseteq X$, então $X - Y$ é incontável.
   II - O conjunto $\mathbb{Q}^{10}$ é incontável.
   III - O conjunto $S = \{\diamond\} \times \mathbb{R}$ é incontável.
   IV - Todo subconjunto de um conjunto contável é contável.

   Portanto, são **CORRETAS** as afirmações:

   (a) II e III.
   (b) II e IV.
   (c) I, III e IV.
   (d) I, II e III e IV.

4. Em uma hipotética linguagem de programação, que segue o paradigma orientado a objetos, há o método *equals*. A documetação dessa linguagem com respeito a este método explicita que, para todos os objetos 'y' da classe de referência, x.*equals*(y) retornará verdadeiro, se x e y forem percebidos como o mesmo objeto, e falso, caso contrário. Em outras palavras, assumindo que no paradigma orientado a objetos, classes e objetos são conjuntos de conjuntos de forma que os objetos são subconjuntos de classes, o método *equals* implementa a seguinte relação sobre o conjunto C de objetos da classe de referência:

   xR_1y se, e só se, x e y são percebidos como o mesmo subconjunto da classe de referência.

   Adicionalmente, a fim de otimizar o gráfico da sua aplicação, um programador implementa um método chamado "*consideraPontos*"que recebe como parâmetro os objetos p e q, verifica se eles são coordenadas do plano cartesiano, definido sobre os números Reais, e verifica se a distância de p a q é menor ou igual que s, sendo s um número inteiro positivo pequeno definido a partir de um cálculo relacionado a resolução de tela do monitor. Resumidamente, assuma que *consideraPontos* implementa a seguinte relação:

   pR_2q se, e só se, a distância de p a q é menor ou igual que s.

   Diante do exposto, é **CORRETO** afirmar que:

   (a) A inversão da relação R_1 retornará os pares de objetos (y,x) tais que y não é percibido como o mesmo objeto x da classe de referência.
   (b) A(s) classe(s) de equivalência(s) do conjunto C sob a relação R_1 forma uma partição do conjunto C.
   (c) O método *consideraPontos* implementa uma relação de equivalência sobre o conjunto das coordenadas de um plano cartesiano.
   (d) O método *consideraPontos* implementa uma relação de ordem parcial sobre o conjunto das coordenadas de um plano cartesiano.

5. Seja o conjunto $S = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ e a relação definida por:

$$x \mid y \text{ se, e só se, existe um inteiro } k \text{ tal que } y = xk.$$

Considere as seguintes afirmações:

I - O sistema ordenado $\langle S, | \rangle$ é um reticulado complementado e distributivo.
II - O fecho transitivo de $|$ sobre S é a própria relação $|$.
III - Seja $\wedge$ a operação binária de máximo divisor comum e $\vee$ a operação binária de mínimo múltiplo comum, então $\langle S, |, \vee, \wedge \rangle$ é um sistema algébrico tal que $x \wedge y = inf\{x, y\}$ e $x \vee y = sup\{x, y\}$.

Portanto, são **CORRETAS** as afirmações:

(a) I e II.
(b) II e III.
(c) I e III .
(d) I, II e III.

6. Dada a congruência linear $3x + 16 \equiv a \pmod 7$, em que a é o máximo divisor comum de 120 e 500.

Então é **CORRETO** afirmar que:

(a) $x \equiv -21 \pmod 7$.
(b) $x \equiv -16 \pmod 7$.
(c) $x \equiv 15 \pmod 7$.
(d) $x \equiv 20 \pmod 7$.

7. Usando o pequeno teorema de Fermat, é **CORRETO** afirmar que o resto da divisão de 2^{100000} por 17 é:

(a) 1.
(b) 2.
(c) 3.
(d) 4.

8. Sejam A, B e S um conjunto arbitrário, $\mathscr{P}(S)$ o conjunto das partes de S, S^C o complemento do conjunto S com respeito a um universo U e a relação definida por:

$$A \subseteq B \text{ se, e só se, para qualquer elemento } x, \text{ se } x \text{ pertence a } A \text{ então } x \text{ pertence a } B.$$

Diante do exposto, considere as seguintes afirmações:

I - $\langle \mathscr{P}(S), \subseteq \rangle$ é um conjunto bem ordenado e $\subseteq$ é uma ordem total sobre $\mathscr{P}(S)$.
II - O sistema ordenado $\langle P(S), \subseteq \rangle$ é um reticulado tal que $A \cup B = sup\{A, B\}$ e $A \cap B = inf\{A, B\}$.
III - Se S for um conjunto finito, $x \wedge y = inf\{x, y\}$ e $x \vee y = sup\{x, y\}$, então $\langle \mathscr{P}(S), \subseteq, \vee,$

$\wedge, ^C, \emptyset, S\rangle$ é um sistema algébrico tal que $\vee$ e $\wedge$ satisfazem as propriedades de distributividade, comutatividade, associatidade, idempotência e as leis de absorção e de De Morgan. Bem como, para todo subconjunto A de S, existe um $A^C \in \mathscr{P}(S)$ tal que $A \vee A^C = S$ e $A \wedge A^C = \emptyset$.

Portanto, são **CORRETAS** as afirmações:

(a) I e II.
(b) I e III.
(c) II e III.
(d) I, II e III.

9. Sendo L um reticulado (algébrico) completo.

Então **NÃO** é correto afirmar que:

(a) É sempre possível definir uma ordem parcial sobre L.
(b) L é distributivo.
(c) Todo subconjunto de L possui supremo e ínfimo.
(d) Se $f : L \to L$ é isotônica então f tem um ponto fixo.

10. Considere a função $div : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ que, a cada par $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, associa a parte inteira da divisão de x por y.

Sobre esta função é **CORRETO** afirmar:

(a) A imagem inversa de $A \subseteq \mathbb{N}$ é dada por $div^{-1}(A) = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid div(x, y) \in A\}$.
(b) div é sobrejetora.
(c) div é injetora.
(d) div não é uma operação sobre $\mathbb{N}$.

11. Seja f uma função de uma variável real e suponha que $f(0) = -3$ e $f'(x) \leqslant 5$. Baseado no teorema da valor médio, é **CORRETO** afirmar que o maior valor possível para $f(2)$ é :

(a) 4.
(b) 5.
(c) 6.
(d) 7.

12. A área da região delimitada pela equações $y = \dfrac{1}{x}, y = x$ e $y = \dfrac{x}{4}$ é:

(a) 1 u.a.
(b) 2/3 u.a.
(c) 1/2 u.a.
(d) ln 2 u.a.

13. Quantos divisores pares inteiros e positivos possui o número 720?

    (a) 30.
    (b) 24.
    (c) 18.
    (d) 12.

14. Considere a seguinte afirmação: Em qualquer grupo de 6 pessoas existe, necessariamente, um conjunto de 3 pessoas que se conhecem ou que são totalmente estranhas.

    Portanto, é **CORRETO** concluir que:

    (a) A afirmação está incorreta.
    (b) A afirmação está correta.
    (c) A afirmação é inconclusiva.
    (d) Nenhuma das alternativas anteriores.

15. Uma pessoa tem três moedas das quais duas delas são moedas normais e a outra tem duas caras. Apenas uma moeda é lançada e é obtida uma cara. Qual é a probabilidade de ter sido selecionada a moeda de duas caras?

    (a) 1/3.
    (b) 2/3.
    (c) 1/2.
    (d) 2/5.

16. A proporção de motoristas em um posto de combustíveis usando gasolina comum e aditivada durante um determinado período de tempo é de 40% e 60%, respectivamente. As respectivas proporções de enchimento de seus tanques são 50% e 70%. Considerando o período de tempo especificado, a probabilidade de que um motorista selecionado aleatóriamente entre os clientes do posto em questão encher o tanque do seu carro com a gasolina comum é aproximadamente:

    (a) 30%.
    (b) 32%.
    (c) 35%.
    (d) 38%.

17. Com base na álgebra linear, considere as seguintes afirmações:

    I- Todo espaço vetorial $V \neq \{0\}$ admite, pelo menos, dois o subspaços vetoriais: o subspaço nulo e o próprio espaço V;
    II- O vetor $v = 0$ de um espaço vetorial V é linearmente dependente;
    III- Qualquer conjunto de vetores linearmente independentes de um espaço vetorial V é parte da sua base, isto é, pode ser completado até formar uma base de V;
    IV- Seja $B = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ uma base do espaço vetorial V. Nem todo vetor $v \in V$ se exprime de maneira única como combinação linear dos vetores de B.

    São **CORRETAS** as afirmações:

(a) I e II.
(b) III e IV.
(c) I e IV.
(d) I, II, III e IV.

18. Sejam $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ duas matrizes do espaço vetorial $M_n(\mathbb{R})$ das matrizes quadradas de dimensão n. Definimos a função traço por $tr : M_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ por $tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$.

Então essa função **NÃO** satisfaz a propriedade:

(a) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$.
(b) Se $A^2 = 0$ então $tr(A) = 0$.
(c) $tr(A) = tr(B)$ se A e B são similiares.
(d) $tr(kA) = k \cdot tr(A)$, para $k \in \mathbb{R}$.

19. Com base na geometria analítica, considere as afirmações:
I - A equação da reta que passa pelos pontos $P(p, 0)$ e $Q(0, q)$ é dada por $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$;
II - Uma reta não perpendicular ao eixo das abcissas tem coeficiente angular $m = tg\ \alpha$;
III - A equação $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ representa uma elípse centrada na origem.
Então, são **CORRETAS** as afirmações:

(a) I e III estão corretas.
(b) II e III estão corretas.
(c) I e II estão corretas.
(d) Somente III está correta.

20. Com base na geometria analítica, considere as seguintes afirmações:

I- Quando duas retas têm exatamente um ponto comum, elas são chamadas de concorrentes;
II- Três pontos não colineares não determinam um plano;
III- Retas reversas são as retas que pertecem ao mesmo plano;
IV- Quando dois planos distintos possuem mais de um ponto em comum, são chamados de planos secante.

São **CORRETAS** as afirmações:

(a) I e III.
(b) II e IV.
(c) I e IV.
(d) I, III e IV.

DISCURSIVAS

1. **($3,0$ pts)** Demonstre que se X e Y são ambos conjuntos infinitos contáveis, então $X \times Y$ também é um conjunto infinito contável.

.

2. **(3, 0 pts)** Considere a operação $\diamond$ sobre $\mathbb{R}$ definida por $x \diamond y = ax + by + cxy$, onde a, b e c são números reais não nulos dados. Determine condições para a, b e c de modo que $\langle \mathbb{R}, \diamond \rangle$ possua estrutura de monóide. É possível construir uma estrutura de grupo sobre $\mathbb{R}$ considerando a operação $\diamond$? Justifique sua resposta.

.

3. **($4,0$ pts)** Seja a aplicação $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + 2z, x + 3y + z)$.

   a) Demonstre que T é uma transformação linear; **($2,0$ pts)**

   b) Encontre o núcleo de T e a dimensão do núcleo de T. **($1,0$ pt)**

   c) Determine uma base para o conjunto imagem de T. **($1,0$ pt)**

.